

Lösungen Dorn/Bader

165/3

$$a) \quad T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi 30,5 \text{ m}}{0,75 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 255,5 \text{ s} = 4 \text{ min } 15,5 \text{ s} \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{255,5 \text{ s}} = 0,00392 \frac{1}{\text{s}}$$

$$b) \quad T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi 0,0575 \text{ m}}{80 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0,045 \text{ s} = 45 \text{ ms} \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,0451 \text{ s}} = 221 \frac{1}{\text{s}}$$

$$c) \quad 300 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{300 \text{ m}}{3,6 \text{ s}} = 83,3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi 0,46 \text{ m}}{83,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0,035 \text{ s} = 35 \text{ ms}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,035 \text{ s}} = 28,8 \frac{1}{\text{s}}$$

165/4

$$100 \text{ Hz: } T_{\max} = \frac{1}{f} = \frac{1}{100 \frac{1}{\text{s}}} = 0,01 \text{ s} \quad v_{\min} = 2\pi r f = 2\pi 0,25 \text{ m } 100 \frac{1}{\text{s}} = 157 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$200 \text{ Hz: } T_{\min} = \frac{1}{f} = \frac{1}{200 \frac{1}{\text{s}}} = 0,005 \text{ s} \quad v_{\max} = 2\pi r f = 2\pi 0,25 \text{ m } 200 \frac{1}{\text{s}} = 314 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

166/11

$$r = 26000 \text{ Lichtjahre} = 26000 \cdot 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m} = 2,46 \cdot 10^{20} \text{ km}, \text{ Masse der Sonne } m = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$F = \frac{m v^2}{r} = \frac{1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg} \left(217,7 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2,46 \cdot 10^{20} \text{ m}} = 3,83 \cdot 10^{20} \text{ N}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi 2,46 \cdot 10^{20} \text{ m}}{217700 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 7,10 \cdot 10^{15} \text{ s} = 2,25 \cdot 10^8 \text{ a} = 225 \text{ Millionen Jahre}$$

172/1

Ein geostationärer Satellit befindet sich immer über derselben Stelle auf der Erde. Die Umlaufzeit beträgt einen Tag: $T = 24 \text{ h} = 86400 \text{ s}$

$$\text{Ansatz: Gravitationskraft} = \text{Zentripetalkraft: } G \frac{M m}{r^2} = 4 \pi^2 \frac{m r}{T^2} \rightarrow r^3 = \frac{G M T^2}{4 \pi^2}$$

Benötigt werden noch die Masse der Erde M und die Gravitationskonstante G :

$$M = 5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad G = 6,672 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{G M T^2}{4 \pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,672 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot 5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg} \cdot (86400 \text{ s})^2}{4 \pi^2}} = 42240000 \text{ m} = 42240 \text{ km}$$

Lösungen Dorn/Bader

173/5

Ansatz: Gravitationskraft = Zentripetalkraft: $G \frac{M m}{r^2} = 4 \pi^2 \frac{m r}{T^2} \rightarrow M = \frac{4 \pi^2 r^3}{G T^2}$

Benötigt werden der Radius der Mondbahn r und die Umlaufzeit des Mondes um die Erde T :

$$r = 384000 \text{ km} = 3,84 \cdot 10^8 \text{ m} \quad T = 27,3 \text{ d} = 27,3 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s} = 2360000 \text{ s} = 2,36 \cdot 10^6 \text{ s}$$

$$M = \frac{4 \pi^2 (3,84 \cdot 10^8 \text{ m})^3}{6,672 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2} (2,36 \cdot 10^6 \text{ s})^2} = 6,01 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad (\text{Literaturwert } M = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg})$$

173/6

a) Hinweis: In Bild B12 heißen die Planeten b, c, d (in der Aufgabe a, b, c).

Daten aus Bild B12

Planet b $T = 3,4 \text{ d} = 293760 \text{ s} \quad r = 4,5 \text{ Mio km} = 4,5 \cdot 10^9 \text{ m}$

Planet c $T = 5,7 \text{ d} = 492480 \text{ s} \quad r = 7,5 \text{ Mio km} = 7,5 \cdot 10^9 \text{ m}$

Planet d $T = 11,4 \text{ d} = 984960 \text{ s} \quad r = 10,5 \text{ Mio km} = 10,5 \cdot 10^9 \text{ m}$

Formel aus 173/5: $M = \frac{4 \pi^2 r^3}{G T^2}$

Planet b liefert $M = \frac{4 \pi^2 (4,5 \cdot 10^9 \text{ m})^3}{6,672 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2} (293760 \text{ s})^2} = 6,25 \cdot 10^{29} \text{ kg}$

Planet c liefert $M = \frac{4 \pi^2 (7,5 \cdot 10^9 \text{ m})^3}{6,672 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2} (492480 \text{ s})^2} = 1,03 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

Planet d liefert $M = \frac{4 \pi^2 (10,5 \cdot 10^9 \text{ m})^3}{6,672 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2} (984960 \text{ s})^2} = 7,06 \cdot 10^{29} \text{ kg}$

Die drei Werte weichen recht stark voneinander ab, was daran liegt, dass Messungen bei so weit entfernten Objekten sehr ungenau sind. Als Näherungswert nimmt man den Mittelwert $M = 8 \cdot 10^{29} \text{ kg}$

b) Abstände auf Bild B12 ausmessen: Jupiter – Europa: 0,7 cm, TOI 270 – Planet d: 11,4 cm

Damit ist der Radius der Europa-Bahn $r = \frac{0,7 \text{ cm}}{11,4 \text{ cm}} 10,5 \text{ Mio km} = 645000 \text{ km} = 6,45 \cdot 10^8 \text{ m}$

Umlaufzeit $T = 3,55 \text{ d} = 3,55 \cdot 86400 \text{ s} = 306720 \text{ s}$

Jupitermasse $M = \frac{4 \pi^2 (6,45 \cdot 10^8 \text{ m})^3}{6,672 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2} (306720 \text{ s})^2} = 1,69 \cdot 10^{27} \text{ kg}$ (Literaturwert

$$M = 1,898 \cdot 10^{27} \text{ kg})$$

c) Nach dem dritten Kepler-Gesetz hat der Ausdruck $\frac{T^2}{a^3}$ für alle Objekte, die ein zentrales Objekt (hier der Jupiter) umkreisen denselben Wert. Für Europa kennen wir die Werte $T_E = 3,55 \text{ d}$ und a_E . Dann

Lösungen Dorn/Bader

gilt für jeden Mond $\frac{T_M^2}{a_M^3} = \frac{T_E^2}{a_E^3}$ Nach T_m auflösen liefert $T_M = T_E \left(\frac{a_M}{a_E}\right)^{\frac{3}{2}}$

Für a nehmen wir die Werte aus Bild B12 in cm, sie müssen nicht in die richtigen Abstände umgerechnet werden, da es nur auf das Verhältnis der a -Werte ankommt.

ausmessen liefert: Io 0,5 cm, Ganymed 1,2 cm, Calisto 2,1 cm, Themisto 8,0 cm, Leda 12,2 cm

Umlaufzeit von Io $T_{Io} = T_E \left(\frac{a_{Io}}{a_E}\right)^{\frac{3}{2}} = 3,55 d \left(\frac{0,5 cm}{0,7 cm}\right)^{\frac{3}{2}} = 2,14 d$ (Literaturwert 1,77 d)

Entsprechend erhält man die Umlaufzeiten der anderen Monde (in Klammern die Literaturwerte):

Ganymed 8,0 d (7,2 d), Calisto 18,4 d (16,7 d), Themisto 137 d (130 d), Leda 258 d (241 d)

193/6

a) $h = \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,4 m}{9,81 \frac{m}{s^2}}} = 0,286 s$ $v = g t = 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 0,286 s = 2,80 \frac{m}{s}$

b) Die Lorentzkraft auf die Elektronen wirkt nach links: links minus, rechts plus

c) $U = B v d = 5 \cdot 10^{-3} T \cdot 2,80 \frac{m}{s} \cdot 0,1 m = 1,40 mV$

d) Beim freien Fall erhöht sich die Geschwindigkeit weiter. Dadurch erhöht sich auch die Induktionsspannung.

Bis zum Felddaustritt ist die Fallhöhe 0,8 m. Dort beträgt die Geschwindigkeit $v_2 = 3,96 \frac{m}{s}$ (Berechnung wie in a) mit $h = 0,8 m$).

$$U = B v_2 d = 5 \cdot 10^{-3} T \cdot 3,96 \frac{m}{s} \cdot 0,1 m = 1,98 mV$$

200/1

a) Die felddurchsetzte Fläche der Leiterschleife wird kleiner. Dadurch sinkt der magnetische Fluss. Eine Änderung des magnetischen Flusses in der Leiterschleife bewirkt, dass eine Spannung induziert wird.

b) $U_{ind} = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = B \frac{\Delta A}{\Delta t} = 0,2 T \frac{45 \cdot 10^{-4} m^2}{0,1 s} = 9,0 \cdot 10^{-3} V = 9,0 mV$

c) Durch Drehen der Leiterschleife um einen Winkel φ verringert sich die Fläche A_s die senkrecht auf den Feldlinien steht: $A_s = A \cos \varphi$

$$\cos \varphi = \frac{A_s}{A} = \frac{5 cm^2}{50 cm^2} = 0,1 \rightarrow \varphi = 84,3^\circ$$

200/2

$$U_{ind} = B_v v d = 0,43 \cdot 10^{-4} T \cdot 40 \frac{m}{s} \cdot 1,435 m = 2,47 mV$$

208/5

Die Induktionsstrom muss so gerichtet sein, dass die Bewegung des Stabmagnets abgebremst wird, denn sonst würde der Magnet zusätzliche Energie erhalten, was den Energieerhaltungssatz verletzt.

Beim Herausziehen muss die Kraft anziehend wirken, also vorne Nord, hinten Süd. Beim Hineinschieben muss die Kraft abstoßend wirken, also vorne Süd, hinten Nord.